Entwicklung und Pilotierung einer arbeitsgedächtnissensiblen Mathematikförderung

Ergebnisse einer Einzelfallstudie

Sarah Schulze, Jan Kuhl, Thomas Breucker
Technische Universität Dortmund

Zusammenfassung: Vorläuferfertigkeiten des Rechnens haben sich als vielversprechender Ansatzpunkt für die Förderung von schwachen Rechnerinnen und Rechnern in der Grundschule erwiesen. Jedoch gibt es stets Kinder, die auch von den zusätzlichen Fördermaßnahmen nicht profitieren. Bei persistierenden Schwierigkeiten werden intensivere Maßnahmen und die Kombination mit anderen Bereichen vorgeschlagen. Die Frage, wie eine solche Maßnahme aussehen kann, bildete den Ausgangspunkt für die Entwicklung einer *arbeitsgedächtnissensiblen Mathematikförderung.* Das Arbeitsgedächtnis stellt ein lernrelevantes Merkmal dar, in dem Kinder mit Lernschwierigkeiten häufig ein ungünstiges Profil aufweisen. Unser Ziel bestand in der Entwicklung einer Förderung, die auf den Aufbau von mathematischen Vorläuferfertigkeiten abzielt, indem a) das Arbeitsgedächtnis berücksichtigt wird und b) die mentale und gedächtnismäßige Auseinandersetzung mit dem Lerninhalt angeregt werden. Im vorliegenden Beitrag stellen wir die Ergebnisse einer Einzelfallstudie vor, durch die die Förderung erstmalig erprobt und evaluiert wurde. Zwei Kinder einer ersten Klasse nahmen an 11 bzw. 12 Fördersitzungen teil. Eine positive Lernentwicklung zeigt sich insbesondere beim relationalen Zahlverständnis. Die Ergebnisse der pilotierenden Studie deuten auf die grundsätzliche Wirksamkeit hin, sodass weitere evaluierende Schritte folgen können.

Schlüsselbegriffe: Mathematische Vorläuferfertigkeiten, Arbeitsgedächtnis, Rechenschwäche, Training, Einzelfallstudie

Development and Piloting of a Working Memory Sensitive Math Intervention – A Single-Case Study

Summary: Training of specific mathematical precursors have proved to be a promising approach to support first graders with mathematical difficulties. However, there are always learners who do not benefit from these support measures. In case of such persistent difficulties, more intensive measures and the combination with other domains are proposed. The question of how such an intervention could look like was the starting point for the development of a working memory sensitive math training. Working memory is closely associated with successful learning and children with learning difficulties often have a disadvantageous profile here. Our purpose was the development of a training that aims at the improvement of mathematical precursors, while a) poor working memory is taken into account and b) learners are stimulated to invest cognitive resources in mental confrontation with the learning content. In this article, we present the results of a single case study which tested and evaluated the intervention for the first time. Two first graders take part in 11 respectively 12 sessions of the program. Positive learning development is particularly evident in relational understanding of numbers. The results of this pilot study point to the basic effectiveness, so that further evaluation steps can follow.

Keywords: Mathematical precursors, working memory, mathematical learning difficulties, training, single-case studies

1 Mathematische Basiskompetenzen: Entwicklung, Schwierigkeiten, Training

Das Rechnenlernen in der Grundschule verläuft interindividuell unterschiedlich, und ein Teil der Kinder fällt bereits früh durch Schwierigkeiten auf. Das bilden auch Schulleistungsuntersuchungen wie TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) ab. So entsprechen die Kompetenzen der Viertklässlerinnen und Viertklässler zwar insgesamt einem mittleren Niveau, trotzdem erreichten 23,3 % der Kinder kein ausreichendes Kompetenzniveau (Wendt et al., 2016).

Im Hinblick auf die mathematische Entwicklung gibt es mittlerweile starke Evidenz für die Bedeutung von relevanten Vorläuferfertigkeiten, für die wir im Weiteren den Begriff *mathematische Basiskompetenzen* (Krajewski, 2003) verwenden. Dazu zählt z. B. das Wissen, dass hinter jeder Zahl eine präzise Menge steht (<drei> = 3 = ❑❑❑) oder dass Zahlen in verschiedene Teile zerlegbar sind. In der Primarstufe erschweren fehlende mathematische Basiskompetenzen den Aufbau eines tiefen Zahl- und Operationsverständnisses (z. B. Häsel-Weide, Nührenbörger, Moser Opitz & Wittich, 2017).

Im vorliegenden Beitrag geht es explizit um die frühen mathematischen Basiskompetenzen, wie sie Krajewski (2003, 2005, 2007) im *Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung* (ZGV-Modell) auch als *Zahl-Größen-Kompetenzen* bezeichnet. Das ZGV-Modell postuliert drei Entwicklungsphasen, in deren Zentrum die Verknüpfung von Zahlen mit Mengen steht (Krajewski, 2013). Zunächst geht es um die Ziffernkenntnis und den Erwerb der exakten Zahlenfolge (Ebene eins). Parallel dazu verfügen Kinder hier bereits über die Fähigkeit, Mengen- und Größenunterschiede wahrzunehmen. Beide Basisfertigkeiten haben zu diesem Zeitpunkt noch keine Beziehung zueinander. Der wichtigste Meilenstein ist die anschließende Verknüpfung von Zahlen und Mengen (Ebene zwei), bevor auf der dritten Ebene schließlich die Verknüpfung mit Mengenrelationen stattfindet. Kinder, die Kompetenzen der dritten Ebene erworben haben, wissen, dass 5 in 3 und 2 zerlegbar ist oder dass der Unterschied zwischen 3 und 2 exakt in 1 besteht.

Neben dem ZGV-Modell existieren weitere theoretisch fundierte und empirisch belastbare Modelle, die die Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen beschreiben (z. B. Fritz, Ehlert & Balzer, 2013; Ricken, Fritz & Balzer, 2011). Dennoch haben wir uns aus den folgenden Gründen am ZGV-Modell orientiert. (1) Im ZGV-Modell ist das Prinzip der *konservativen Kompetenzzuschreibung* (Krajewski & Ennemoser, 2013) zentral. Demzufolge wird eine Fertigkeit oder Lösung zuerst auf das tatsächliche Vorliegen von Kompetenzen zurückgeführt, die für diese Leistung absolut erforderlich sind (ebd.). Diese Sichtweise verhindert das Überschätzen von Kompetenzständen, was vor allem in Förderkontexten relevant ist. (2) Zudem – und das schließt direkt an das Prinzip der minimalistischen Kompetenzzuschreibung an – betrachtet das ZGV-Modell die Vorläuferfertigkeiten differenziert. Dadurch eignet es sich besonders, wenn im Rahmen von Förderung die Strukturanalyse eines fachlichen Lerngegenstandes erfolgt. (3) Des Weiteren beschreibt das Modell keine starre hierarchische Stufenabfolge, sodass die Kinder sich gleichzeitig auf verschiedenen Modellebenen befinden können. Es ist möglich, dass ein Kind im Zahlenraum bis 10 bereits die Einsicht in relationale Zahlbeziehungen hat. Es weiß z. B., dass sich 10 in 5 und 5 oder in 3 und 7 zerlegen lässt, obwohl es im Zahlenraum bis 100 erst noch die exakte Zahlenfolge erwerben muss. Diese „Verschiebungen in der individuellen Entwicklung“ (Schneider, Küspert & Krajewski, 2016, S. 32) ermöglichen eine differenzierte Betrachtung des Lernstandes.

(4) Schließlich bildet die Zahl-Größen-Zuordnung (Ebene zwei) einen abgrenzbaren Schwerpunkt des Modells. Hier besteht eine Hürde für Kinder mit Rechenschwierigkeiten, von der die zunehmende Beherrschung der Ziffern und der exakten Zahlwortfolge konzeptuell abgegrenzt wird.

Klassische Förderangebote setzten bei den inhaltlichen Vorwissenslücken an. Dass die Förderung mathematischer Basiskompetenzen bei schwachen Rechnerinnen und Rechnern positive Effekte nach sich zieht, deuten die Ergebnisse nationaler sowie internationaler Interventionsstudien an (z. B. Dowker, 2007; Ehlert & Fritz, 2013; Ennemoser, Sinner & Krajewski, 2015; Fischer, Köngeter & Hartnegg, 2008; Kaufmann, Handl & Thöny, 2003; Krajewski, Nieding & Schneider, 2008). Im Rahmen einer Metaanalyse von Ise, Dolle, Pixner und Schulte-Körne (2012) zeigten die einbezogenen Interventionsstudien eine mittlere, gewichtete Effektstärke von g' = 0.50, die signifikant von Null abweicht. Die Metaanalyse basiert jedoch auf nur acht Studien, von denen in vier Untersuchungen mathematische Basiskompetenzen gefördert wurden. In einer älteren Metaanalyse berechneten Kroesbergen und van Luit (2003) eine durchschnittliche Effektstärke von 0.92. Es wurden 13 Studien einbezogen, die sich auf Vorläuferfertigkeiten beziehen, jedoch variierten auch diese deutlich in den forcierten Fertigkeiten. Leider liegen in dem Bereich nur wenige Metaanalysen vor, möglicherweise aufgrund der recht unterschiedlichen Konzeptualisierung von mathematischen Basiskompetenzen.

Schlussfolgerungen über die Effektivität einer Intervention basieren in Gruppenstudien klassischerweise auf dem Gruppenmittelwert. Auch wenn sich in solchen Designs Trainingseffekte abzeichnen, führen die Fördermaßnahmen trotzdem nicht bei allen Kindern zu der gewünschten Lernentwicklung (Horner et al., 2005). Beispielsweise verringerte sich in einer Gruppenstudie von Sinner (2011) der Anteil von rechenschwachen Kindern durch die Förderung mathematischer Basiskompetenzen. Dennoch hat das Training langfristig bei 27 % der Kinder nicht zu einer Prävention von Rechenschwäche geführt. Auch die Ergebnisse von Kuhl, Hecht, Sinner und Euker (in Vorbereitung) zeigen, dass von den Kindern, die im Laufe des ersten Schuljahres eine zusätzliche Mathematikförderung erhielten, sich am Ende des Schuljahres immer noch ca. 50 % im Risikobereich für eine Rechenschwäche befanden. Dieses Phänomen wird in der Literatur als Nonrespondense bezeichnet (Fuchs et al., 2005). Für Nonrespondenten wird im Kontext von Rahmenkonzepten schulischer Prävention, wie etwa Response-to-intervention (RTI), eine intensivere Förderung vorgeschlagen (Huber & Grosche, 2012). In der Literatur zum RTI-Modell wird diesbezüglich ein Anteil von 25 % angegeben. Das heißt, dass etwa 25 % der Kinder, die an sekundär präventiven Fördermaßnahmen teilnehmen, nicht in ausreichendem Maß von diesen profitieren, was etwa 1 – 6 % aller Schülerinnen und Schüler entspricht (Torgesen, 2000; Buffum, Mattos & Weber, 2009).

Für die Förderung auf dieser Ebene gibt es verschiedene Möglichkeiten. Neben der Aufrechterhaltung und Intensivierung der bisherigen Maßnahmen kann eine zusätzliche Diagnostik in anderen für das Lernen relevanten Bereichen erfolgen (Huber & Grosche, 2012; Sinner, 2011; Vaughn & Roberts, 2007). Die Frage ist, wie eine solche Maßnahme aussieht und welche lernrelevanten Merkmale in die Förderung einbezogen werden. Neben Rückständen im inhaltlichen Vorwissen wird die eingeschränkte Funktionstüchtigkeit des Arbeitsgedächtnisses diskutiert (z. B. Grube, Busch & Schmidt, 2017). Für Zusammenhänge zwischen Arbeitsgedächtnis und Rechnen(lernen) gibt es mittlerweile starke Evidenz (Friso-van den Bos, van der Ven, Kroesbergen & van Luit, 2013; Klescewski et al., 2015).

2 Arbeitsgedächtnis und mathematische Kompetenzentwicklung

Das Arbeitsgedächtnis ermöglicht uns, Informationen für eine begrenzte Zeit bewusst zu halten und zueinander in Beziehung zu setzen (Hasselhorn & Schumann-Hengsteler, 2001). Zur Beschreibung der Funktionsweise hat sich das Mehrkomponentenmodell von Baddeley (1986, 1996) etabliert. Es beschreibt das Arbeitsgedächtnis als Systemgefüge, in dem einer modalitätsunspezifischen Leitzentrale (zentrale Exekutive) zwei modalitätsspezifische Subsysteme, für akustisch-verbale Informationen (phonologische Schleife) und für visuell-räumliche Informationen (visuell-räumlicher Notizblock), untergeordnet sind. Die zentrale Exekutive selbst ist nicht abschließend spezifiziert, vielmehr werden hierunter verschiedene Funktionen subsumiert (Baddeley, 1996). Miyake et al. (2000) ist es gelungen, die drei zentral-exekutiven Funktionen *Inhibition, Shifting* und *Updating* faktorenanalytisch voneinander zu trennen. *Inhibition* bezeichnet die Fähigkeit, eine dominante Reaktion zu hemmen. Bei der *Shifting*-Funktion handelt es sich um das flexible Wechseln zwischen verschiedenen Anforderungen oder Aufgaben. Das sogenannte *Updating* bezieht sich auf die Aktualisierung der Arbeitsgedächtnisinhalte, d. h. irrelevante Reize werden gelöscht und relevante Reize ergänzt.

Arbeitsgedächtnisprozesse sind beim aktuellen Prozess des Rechnens wie auch beim Erwerb mathematischer Kompetenzen erforderlich (Grube & Seitz-Stein, 2012). An welchen Stellen im Lernprozess welche Arbeitsgedächtnisfunktionen vorwiegend beteiligt sind, ist nicht abschließend geklärt (Friso-van den Bos et al., 2013). Dennoch lassen sich einige Tendenzen ausmachen. Laut Schneider et al. (2016) ist das visuell-räumliche Arbeitsgedächtnis besonders für den Umgang mit konkreten Mengen relevant. Kinder können bereits Mengenvergleiche vornehmen, bevor sie in der Lage sind, konkrete Anzahlen zu vergleichen (Schneider et al., 2016). Da sie dabei stets nur eine von zwei Mengen visuell fokussieren können, ist es notwendig, die eine Menge so lange im visuell-räumlichen Speicher aufrechtzuerhalten, bis der Mengenvergleich abschließend erfolgt ist (ebd.). Geht es im späteren Mathematikunterricht um den Aufbau von inneren Vorstellungsbildern, haben Kinder mit besseren Arbeitsgedächtnisressourcen einen Vorteil beim Wissensaufbau. Schneider et al. (2016) vermuten, dass Kinder mit schwächeren Arbeitsgedächtnisfunktionen von wenig komplexem Material profitieren, da das visuelle Bild der Anzahl während der Verarbeitung leichter aufrechterhalten werden kann.

Simanowski und Krajewski (2017) untersuchten die Bedeutung von exekutiven Funktionen für den Aufbau mathematischer Basiskompetenzen. Die Ergebnisse der Autorinnen sprechen dafür, dass Updating insbesondere für das Erlernen der Zahlenfolge notwendig ist. Eine gute Updatingleistung erleichtere Enkodierungsprozesse, was zu einem schnelleren Wissensaufbau im Langzeitgedächtnis führe. Steht die Zahlenfolge flexibel und automatisiert zur Verfügung, ist kein weiteres Updating notwendig, wenn es um die Verknüpfung von Zahlwörtern mit Mengen und/oder Mengenrelationen geht. Shifting und Inhibition haben hingegen einen Einfluss auf das konzeptuelle Zahlverständnis (ebd.).

Die Befunde haben das Arbeitsgedächtnis als individuelle Voraussetzung erfolgreichen Lernens (Hasselhorn & Gold, 2013) sowie als Ursachenfaktor für Rechenschwierigkeiten (Jacobs & Petermann, 2007) herausgestellt. So haben Kinder mit Lernschwierigkeiten hier häufig ein unvorteilhaftes Profil (Klesczewski et al., 2018; Schuchardt & Mähler, 2016). Krajewski und Ennemoser (2010) stellen heraus, dass die Automatisierung von Wissen und Teilprozessen eine effizientere Nutzung des Arbeitsgedächtnisses ermöglicht. Diese fällt Kindern mit Schwierigkeiten jedoch besonders schwer (Geary & Hoard, 2001), weswegen es sich gewissermaßen um einen Teufelskreis handelt. Die Befundlage deutet darauf hin, dass sich eine wirksame Lernförderung zusätzlich zum mathematischen Entwicklungsstand so gut es geht an den Arbeitsgedächtnisressourcen ausrichten muss.

3 Berücksichtigung des Arbeitsgedächtnisses

Das Training des Arbeitsgedächtnisses, im Sinne der Schaffung besserer Lernvoraussetzungen, hat sich als wenig erfolgversprechend erwiesen (Melby-Lervåg & Hulme, 2013; Sala & Gobet, 2017; Shipstead, Redick & Engle, 2012). Eine andere Möglichkeit besteht in der effizienteren Nutzung der vorhandenen Ressourcen.

Verschiedene Autorinnen und Autoren haben hierzu empirisch basierte Gestaltungsprinzipien formuliert (z. B. Gathercole & Alloway, 2008; Wiley, Sanchez & Jaeger, 2014). Für den deutschsprachigen Raum und für mathematisches Lernen hat sich die sogenannte *Ressourcenorientierte Lernförderung* (Hecht, 2014; Krajewski & Ennemoser, 2010) bewährt. Sie basiert auf den Annahmen der Cognitive Load Theory (CLT; Sweller, 1988, 1989; Sweller & Chandler, 1991), nach der sich geringe Arbeitsgedächtnisressourcen kompensieren lassen, indem die kognitive Belastung beim Lernen möglichst gering gehalten wird. Gemäß der CLT entsteht an unterschiedlichen Stellen des Lernprozesses *intrinsische, extrinsische* und/oder *lernbezogene Belastung* (Paas & Sweller, 2014). Die intrinsische kognitive Belastung resultiert aus der inhaltlichen Komplexität eines Lerngegenstandes (ebd.). Ein komplexer Lerngegenstand erfordert es, viele Elemente innerhalb des Arbeitsgedächtnisses bewusst zu halten und zueinander in Beziehung zu setzen. Die Komplexität eines Lerngegenstandes hängt vom individuellen Vorwissen ab und lässt sich durch die Automatisierung von Teilschritten reduzieren (Sweller, 2010). Auch das Aufgaben- und Instruktionsdesign kann die kognitive Belastung erhöhen. So können interessante, aber irrelevante Zusatzinformationen wie Fun Facts oder Bilder die Aufmerksamkeit triggern und das Arbeitsgedächtnis zusätzlich belasten. Die Informationen aus dem Lernmaterial müssen über den sensorischen Speicher in ein für das Arbeitsgedächtnis geeignetes Format gebracht werden. Ist eine Darstellung, also etwa das Aufgabendesign, vom Aufgabeninhalt gänzlich verschieden, so müssen viele Ressourcen aufgewendet werden, um ein mentales Bild zu erzeugen.

Bei der lernbezogenen Belastung handelt es sich um den Prozess, den wir mit *Lernen* bezeichnen: er umfasst die Konstruktion und die Automatisierung von kognitiven Schemata. Für erfolgreiches Lernen sollten hier besonders viele Ressourcen zur Verfügung stehen.

Für eine effiziente Nutzung des Arbeitsgedächtnisses formuliert Hecht (2014, S. 52) folgende Prinzipien: (1) Die Anforderungen sollen auf das Vorwissen abgestimmt sein. (2) Das Lernziel muss sichtbar sein und Lösungswege möglichst intuitiv erkennbar. (3) Darstellungen sollen eindeutig sein. Das heißt a) sie dürfen keine irrelevanten oder ablenkenden Elemente enthalten; b) Strukturen, die intuitiv nicht erfassbar sind, müssen klar dargestellt werden; c) es soll keine unnötigen Formatwechsel geben; d) Informationen, die zusammengehören, sollen räumlich nah oder integriert dargestellt werden. (4) Beispiele sollen den Transfer auf komplexe Anforderungen ermöglichen. (5) Und schließlich sollen Aufbau und Automatisierung von inhaltsspezifischem Basiswissen forciert werden, da das Arbeitsgedächtnis so bei komplexeren Aufgaben geschont wird.

Für den Lernbereich Mathematik existiert eine Menge an guten didaktischen Ansätzen und Materialien, jedoch berücksichtigen diese die begrenzten kognitiven Ressourcen von Kindern mit Lernschwierigkeiten zu wenig (Hecht, 2014). Hier ist vor allem die extrinsische Belastung direkt manipulierbar und kann reduziert werden, um Lernprozesse zu optimieren. Die Befunde von Hecht (2014) liefern Evidenz für den Effekt ressourcenorientiert gestalteter Arbeitsmaterialien auf die Übungsleistung. Einigen Autorinnen und Autoren zufolge ist es allerdings unwahrscheinlich, dass die frei gewordenen Ressourcen automatisch in eine Erhöhung der lernbezogenen Aktivität münden (Paas & van Gog, 2006). Hier könnte für Kinder mit Lernschwierigkeiten immer noch eine Barriere bestehen, denn sie gehen weniger planvoll vor, bearbeiten Aufgaben weniger tief und reflektieren ihr Vorgehen seltener (Wember, 2012).

4 Entwicklung einer integrierten Förderung

Die skizzierten Befunde sprechen dafür, dass die Förderung von Kindern mit persistierenden Schwierigkeiten (1) auf mathematische Basiskompetenzen abzielen sollte. (2) Zusätzlich sollten die Prinzipien der Ressourcenorientierten Lernförderung berücksichtigt werden. Diese zielen wiederum auf zwei Aspekte ab: (a) Extrinsische und intrinsische Belastung müssen möglichst gering gehalten werden und (b) freie Ressourcen sollen in lernbezogene Belastung bzw. die mentale Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand fließen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelten wir eine Intervention, die diese Anforderungen erfüllen soll. Um die relevanten kognitiven Ressourcen direkt einzubeziehen und die mentale Auseinandersetzung zu forcieren, erfolgte die Integration von inhaltsspezifischen und inhaltsunspezifischen Elementen. Diese nahmen wir in Anlehnung an ein von Schulze und Kuhl (2019) vorgeschlagenes Konzept vor; wir zielen jedoch explizit nicht auf eine nachhaltige Veränderung der Arbeitsgedächtniskapazität, sondern auf einen effizienteren Aufbau mathematischer Kompetenzen durch den stärkeren Einbezug des Arbeitsgedächtnisses.

Im Rahmen des Projektes wurden zwei Fördermodule entwickelt, deren Ziel der Aufbau eines tiefen Zahlverständnisses ist. Die Entwicklung begann mit der Strukturanalyse des fachlichen Lerngegenstandes auf Grundlage des ZGV-Modells. Die Module bestehen aus verschiedenen Bausteinen, wobei der erste Schwerpunkt in Modul 1 auf der exakten Zahlenfolge bis 20 liegt (Modul 1, Baustein 1 *Zahlenfolge bis 20*). Zunächst geht es um die basale Kompetenz, Zahlen bis 20 als Position (Ordinalzahl) zu verstehen. Diese Grundvorstellung ist von zentraler Bedeutung für das Nutzen von Nachbarschaftsbeziehungen. Durch die Hinzunahme von Baustein 2 wird die allmähliche Verknüpfung der Zahlen mit den dahinterstehenden Mengen forciert. Im dritten Baustein des Moduls geht es parallel dazu um die quasi-simultane Erfassung von strukturierten Anzahlen. Die Kinder sollen innere Vorstellungsbilder aufbauen, auf die sie zurückgreifen können, wenn es im zweiten Modul um die explizite Zerlegung von Zahlen und um Zahlbeziehungen geht. Das Ziel von Modul 2 ist die automatisierte Zahlzerlegung im Zahlenraum bis 10. Die Bausteine sind so strukturiert, dass zunächst alle Zerlegungen der 5 und anschließend alle Zerlegungen der 10 erarbeitet, vertieft und automatisiert werden.

So wird das Lernziel jedes Bausteins über mehrere Einheiten erreicht, die den Kategorien *Einführen, Festigen* und *Automatisieren* zugeordnet sind (Abb. 1).

Automatisierung bedeutet hierbei nicht etwa bloßes Auswendiglernen. Zentral ist, dass die gedächtnismäßige Beherrschung, also das mühelose Abrufen von Fakten, erst auf Basis von konzeptuellem Verständnis forciert wird. Auf diese Weise kann eine effiziente Nutzung des Arbeitsgedächtnisses erfolgen.

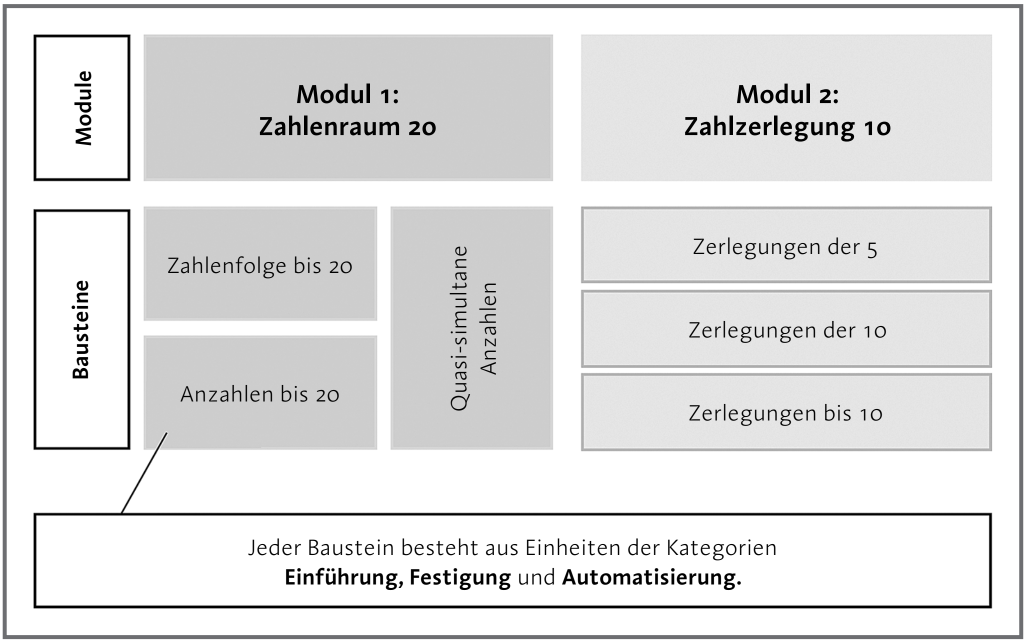

Abb. 1 Struktur des Förderprogramms

Zentrales Arbeits- und Darstellungsmittel sind das 20er-Feld bzw. Wendeplättchen für die konkrete Handlungsebene. Neben den oben beschriebenen Prinzipien der Ressourcenorientierten Lernförderung zeichnet sich unsere Förderung zusätzlich durch den direkten Einbezug von beteiligten Arbeitsgedächtnisfunktionen aus. Das Arbeitsgedächtnis ist zwar an jeder bewussten mentalen Tätigkeit beteiligt (Grube & Seitz-Stein, 2012), dennoch ist – insbesondere bei Kindern mit Schwierigkeiten im Lernen – davon auszugehen, dass diese mentale Auseinandersetzung nicht automatisch erfolgt, auch wenn genügend Ressourcen verfügbar sind (Paas & van Gog, 2006). Um diesem Problem zu begegnen, haben wir uns klassischer Arbeitsgedächtnisaufgaben bedient und den mathematischen Inhalt in die Aufgabenformate eingebettet. Zum Aufbau der flexiblen Zahlenfolge greifen wir auf Aufgaben zurück, die auf dem *Zahlennachsprechen* basieren. Wie bei einer klassischen Spannenaufgabe sind die Aufgaben dabei adaptiv, d.h. die Menge der Inhalte wird mit zunehmendem Lernfortschritt erhöht. Beim Aufbau von inneren Vorstellungsbildern des 20er-Feldes beziehen wir die Matrixspannen- und die Corsiblockaufgabe ein. Bei der Matrixspanne ersetzten wir die klassische Matrize durch das 20er-Feld, um die gedächtnismäßige Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand zu forcieren. Übungen wie das *mentale Strukturieren von Plättchen* knüpfen hieran an. Dabei sollen unstrukturierte Plättchen gedanklich so verschoben werden, dass sie schnell „gesehen“ bzw. erfasst werden können. Hier besteht die Möglichkeit, die Arbeitsgedächtnisbelastung über die Komplexität und die Menge an Informationen zu reduzieren oder zu erhöhen. Das Verinnerlichen von Materialhandlungen wird in der Lernförderung bereits als entscheidender Punkt beschrieben (z.B. Gaidoschik, 2016), es mangelt jedoch an evidenzbasierten Förderprogrammen, die dieses umsetzen.

In der vorliegenden Studie untersuchten wir pilotierend die generelle Wirksamkeit der entwickelten Förderung. Im Sinne einer begleitenden Evaluation geht es um Erkenntnisse zur internen und zur sozialen Validität (Horner et al., 2005). Dabei sollten sich erste Wirksamkeitshinweise abbilden, damit zukünftig weitere evaluierende Schritte mit umfassenderen Forschungsdesigns folgen können. Andernfalls sollen die Ergebnisse Hinweise auf eine anschließende Weiterentwicklung oder Revision des Vorgehens liefern (Hillenbrand, 2015).

5 Methode

5.1 Stichprobe

Die Studie wurde Mitte der ersten Klasse in einer Grundschule durchgeführt. Es gibt keine klaren Kriterien dafür, ab wann Nonrespondense vorliegt (Fuchs & Deshler, 2007). Unsere Stichprobenauswahl erfolgte im ersten Schritt durch die Einschätzung der Mathematiklehrkraft. Sie wählte zunächst vier Kinder aus, die ihrer Einschätzung nach Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Basiskompetenzen haben. Die Kinder nehmen bereits an schulischen Fördermaßnahmen teil, zeigen aber nicht die gewünschte Lernentwicklung. Sie liegen immer noch unterhalb der tolerierbaren Abweichungen von kriteriumsorientierter, sozialer sowie individueller Bezugsnorm. Um diese Einschätzung zu validieren, führten wir mit den ausgewählten Kindern im zweiten Schritt den *Test mathematischer Basiskompetenzen ab Schuleintritt* (MBK 1+; Ennemoser, Krajewski & Sinner, 2017) durch. Der Test eignet sich für den gesamten Verlauf der ersten Klasse oder für ältere Kinder mit Rechenschwierigkeiten oder sonderpädagogischem Förderbedarf. In zahlreichen Trainings- und Längsschnittstudien hat sich das Instrument zur kurz- und langfristigen Evaluation von Fördermaßnahmen bewährt. Ein besonderer Vorteil besteht in den verfügbaren taggenauen Normwerten.

Als Kriterium für den Einbezug in die Einzelfallstudie legten wir einen Prozentrang (PR) von < 16 zugrunde, das entspricht zum Zeitpunkt der Studie mehr als einer Standardabweichung unterhalb des Mittelwertes der Normierungsstichprobe (Ennemoser et al., 2017). Das Kriterium einer negativen Abweichung von mehr als einer Standardabweichung vom Mittelwert wird häufig zur Definition von Minderleistungen verwendet (Kuhl et al., 2012). Im Vergleich zu anderen Studien ist ein PR von < 16 ein relativ strenges Kriterium. So schließt die Meta-Analyse zur Förderung von rechenschwachen Kindern von Ise et al. (2012) bereits Studien mit einem Selektionskriterium von einem PR von < 25 ein.

Anhand des beschriebenen Kriteriums wählten wir schließlich eine Schülerin und einen Schüler zur Teilnahme an der Förderung aus. In beiden Fällen lag kein diagnostizierter sonderpädagogischer Förderbedarf vor.

Bei der Schülerin handelt es sich um ein sechsjähriges Mädchen namens Amy (Name geändert). Amy erreichte in der Langform des MBK 1+ einen Gesamtrohwert von 21,5 Punkten, was zum Zeitpunkt der ersten Messung einem PR von 11 entspricht. Nach Aussagen der Lehrkraft hat Amy große Schwierigkeiten beim Rechnenlernen und kann ihre Vorwissenslücken trotz der schulischen Fördermaßnahmen, die sie seit einigen Wochen zusätzlich zum Klassenunterricht besucht, nicht aufholen. In Übereinstimmung mit den Befunden zur Rechenschwäche stellen das Kardinalzahlverständnis und die Einsicht in Teil-Ganzes-Beziehungen große Hürden für das Mädchen dar. Dies macht sich auch bei den curricularen Inhalten der ersten Klasse bemerkbar, welche der Schülerin zunehmend Schwierigkeiten bereiten. So hat Amy auch die Kernaufgaben im Zahlenraum bis 10 zur Mitte der ersten Klasse noch nicht automatisiert. Sie hat kein konzeptuelles Verständnis der Rechenoperationen, sodass sie Additionsaufgaben nur zählend lösen kann.

Bei dem ausgewählten Schüler handelt es sich um einen siebenjährigen Jungen namens Jonas (Name geändert). Jonas erreichte im MBK 1+ einen Gesamtrohwert von 24 (*PR* = 15). Die Schwierigkeiten sind mit denen der Schülerin vergleichbar, jedoch bereitet Jonas auch das Zählen zur Mitte des ersten Schuljahres immer noch große Schwierigkeiten. Zusätzlich hat er Schwierigkeiten mit dem Lesen und Schreiben. Das Schriftbild der einzelnen Buchstaben kann er nicht auseinanderhalten und benennen. Auch im schriftsprachlichen Bereich erhält Jonas eine wöchentlich stattfindende Einzelförderung.

Zusätzlich wurde die Funktionstüchtigkeit der Arbeitsgedächtnisfunktionen erfasst. Die Operationalisierung der phonologischen Schleife erfolgte über das *Zahlennachsprechen vorwärts* sowie das *Zahlennachsprechen rückwärts* (in Anlehnung an Petermann, 2017). Mit Ausnahme der Inhibition wurde bei allen eingesetzten Arbeitsgedächtnistests die Gedächtnisspanne ausgewertet. Es handelt sich um die maximale Anzahl an Items (Ziffern, Bilder usw.), die „[…] im Anschluss an eine einmalige Darbietung […] in der vorgegebenen Reihenfolge korrekt wiedergegeben werden kann“ (Hasselhorn & Gold, 2013, S. 74). Bei den Spannenmaßen steigen die Reizfolgen auf jeder Ebene um ein Item. Als Abbruchkriterium haben wir stets zwei Fehlversuche auf der gleichen Ebene angewendet. Beim *Zahlennachsprechen vorwärts* hat Amy eine Gedächtnisspanne von fünf erreicht, beim *Zahlennachsprechen rückwärts* konnte sie eine Reizfolge von drei Items korrekt wiedergeben. Der visuell-räumliche Notizblock wurde durch eine klassische Corsiblockaufgabe (z. B. Hasselhorn et al., 2012) erfasst. Hier erreichte Amy eine Blockfolge von drei Stimuli. Das Zahlennachsprechen rückwärts testet die Updating-Funktion anhand von sprachlich-akustischem Material, da die Ziffern bewusst gehalten und gleichzeitig bearbeitet (also umgedreht) werden müssen. Analog dazu führten wir eine zweite Updating-Aufgabe mit visuell-räumlichem Inhalt durch, den *Corsiblock-Test rückwärts*. Hier erreichte Amy eine Gedächtnisspanne von drei. Die Messung der statischen Komponente des visuell-räumlichen Notizblocks erfolgte durch eine Matrixspannenaufgabe in Anlehnung an Hecht (2014), bei der die Schülerin eine Gedächtnisspanne von drei erreichte. Die Funktionsfähigkeit des visuell-räumlichen Notizblocks ist demzufolge schwächer ausgeprägt, was mit den Erkenntnissen zum Zusammenhang zwischen Arbeitsgedächtnis und mathematischer Leistung vereinbar ist (Klesczewski et al., 2015; Schuchardt, Mähler & Hasselhorn, 2008). Zur Operationalisierung der zentral-exekutiven Funktion Inhibition haben wir den Untertest *Schnelles-Benennen-Farben* aus dem *Bielefelder Screening zur Früherkennung von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten* (Jansen, Mannhaupt, Marx & Skowronek, 2002) eingesetzt. Amy zeigte diesbezüglich ein unauffälliges Ergebnis.

Die Lehrkraft schätzte Jonas’ mathematische Kompetenzen als sehr schwach ein. Das Zählen bereite ihm zur Mitte des ersten Schuljahres immer noch große Schwierigkeiten. Auch im schriftsprachlichen Bereich erhalte er bereits eine wöchentlich stattfindende Einzelförderung. Weitere Beobachtungen der Lehrkraft ließen eine schwache Funktionstüchtigkeit der phonologischen Schleife vermuten, was sich durch die Arbeitsgedächtnisdiagnostik bestätigte. In den Tests zum Zahlennachsprechen erreichte der Schüler jeweils eine Gedächtnisspanne von drei. Beim Corsiblock-Test erzielte er eine Gedächtnisspanne von fünf. Bei der rückwärts-Version des Corsiblock-Tests ergab sich eine Gedächtnisspanne von drei. Für den statischen Teil des visuell-räumlichen Notizblocks erreichte Jonas eine Gedächtnisspanne von vier. Bezüglich der Inhibitionsfähigkeit zeigte sich auch bei Jonas ein unauffälliges Bild. Eine schwache phonologische Schleife wirkt sich vor allem auf den Aufbau von basalen Kompetenzen aus, die zur ersten Ebene des

ZGV-Modells zählen (Simanowski & Krajewski, 2017). Diese wirken sich dann auch auf den Aufbau von höheren Kompetenzen aus (ebd.), was bei Jonas der Fall sein könnte.

5.2 Erhebungsinstrumente

Um den Lernfortschritt durch die Intervention zu erfassen, benötigten wir Instrumente, die sich zur Lernverlaufsmessung eignen. Da keine Verfahren vorhanden sind, die die relevanten Bereiche valide erfassen, entwickelten wir einen Zahlenstrahltest sowie einen Test zur Zahlzerlegung. Der Zahlenstrahltest bezieht sich auf die Ziffernkenntnis und die Kenntnis der exakten Zahlenfolge. Am Zahlenstrahl bis 20 sollen fehlende Positionen benannt werden. Die Zahlzerlegung wurde auf zwei Niveaustufen erfasst, die sich anhand des Zahlenraums gliedern (Niveaustufe 1: Zerlegungen 1 bis 5; Niveaustufe 2: Zerlegungen 6 bis 10). Beim Aufgabenformat haben wir auf die sogenannte *Hütchenschreibweise* (Gaidoschik, 2016) zurückgegriffen. Die Kinder bekommen jeweils eine Ausgangszahl (das Ganze, z. B. 5) präsentiert, die oberhalb zweier Teilportionen steht. Nur eine der Teilportionen ist vorgegeben, sodass die fehlende Portion zu ergänzen ist (z. B. 3 und ❑). Die Tests wurden im Paper-Pencil-Format durchgeführt und bestanden aus jeweils acht Items pro Aufgabenblatt und Testung. Die Aufgaben wurden als richtig (1 Punkt) oder falsch (0 Punkte) bewertet.

5.3 Prozedere

Für die erstmalige Erprobung und pilotierende Evaluation wählten wir ein klassisches AB-Design über zwei Personen, welches sich sehr ökonomisch umsetzen lässt, aber trotzdem erste Hinweise zur Wirksamkeit erbringen kann. Die abhängigen Variablen wurden in der A-Phase (Baseline) ohne Förderung und in der B-Phase (Interventionsphase) erfasst. Für die Länge der Baseline-Phase existieren in der Literatur verschiedene Maßstäbe. Nach Wolf und Risley (1971) sollte die Grundratenmessung im Idealfall so lange fortgesetzt werden, bis die Daten stabil und trendfrei sind. Zahlreiche Testungen unter interventionsfreien Bedingungen können sich jedoch negativ auf die Kinder auswirken, womit ein generelles Problem beschrieben ist. Daher legten wir die Baseline-Phase auf mindestens fünf und maximal sechs Messungen fest. In der Interventionsphase wurden die Messungen in regelmäßigen Abständen jeweils nach den Fördersitzungen mittels der parallelen Testversionen durchgeführt. Die Schülerin Amy nahm an elf und der Schüler Jonas an 12 ausgewählten 30-minütigen Fördersitzungen teil. Die Interventionsphase umfasste einen Zeitraum von ca. drei Wochen. Beide Kinder wurden von ein und derselben Förderkraft in Einzelförderung in einem separaten Raum der Schule gefördert. Bei der Förderkraft handelte es sich um eine Masterstudierende im Studiengang *Lehramt für sonderpädagogische Förderung*. In drei Workshops wurde sie im Umgang mit dem Förderkonzept geschult.

Als abhängige Variablen (aV) wurden die Bearbeitungszeit sowie die Fehler festgehalten. Zusätzlich fand nach Abschluss der Förderung ein zweites Mal eine Testung mittels MBK statt.

5.4 Datenauswertung

Die Datenanalyse erfolgte mit R Version 3.4.0. (R Core Team, 2017) in RStudio 1.0.143 (RStudio Team, 2016) unter der Anwendung des Pakets Single-Case Data Analyses for Single and Multiple AB Designs (scan; Wilbert & Lüke, 2016).

Zusätzlich zur Analyse der deskriptiven Statistiken und der visuellen Inspektion der grafisch dargestellten Lernverläufe (Kern, 1997) berechneten wir auf diese Weise verschiedene nichtparametrische Effektstärkemaße, sogenannte Nonoverlap-Indizes. Sie basieren jeweils auf den Daten eines Individuums, die über Baseline- und Interventionsphasen paarweise verglichen werden. Effekte können sich in einer Einzelfallstudie durch unterschiedliche Ergebnismuster zeigen. Beispielsweise kann eine positive Veränderung des Mittelwertes bei konstantem Trend ebenso auf einen Effekt hindeuten wie eine positive Änderung des Trends bei konstantem Mittelwert. Diese Besonderheit sollte auch beim Einbezug der Nonoverlap-Indizes berücksichtigt werden. Die Maße unterscheiden sich in den zugrunde liegenden Kennwerten (arithmetisches Mittel, Trend, Median). Um mögliche Effekte nicht zu über- oder unterschätzen (Maggin, Briesch, & Chafouleas, 2013), haben wir mehrere Indizes berechnet.

Der PAND (Percentage of non-overlapping data; Parker, Hagan-Burke & Vannest, 2007) gibt Auskunft über den Prozentsatz der Daten aus A- und B-Phase, die sich nicht überlappen. Er ist relativ robust gegenüber Ausreißern, da alle Datenpunkte in die Berechnung einbezogen werden (Alreshed, Hott & Bano, 2013). Zudem berechneten wir den PEM (Percent exceeding the median; Ma, 2006), der den Prozentsatz an Datenpunkten aus der Interventionsphase angibt, der über dem Median der Baseline liegt. Der PEM ist robust gegenüber Boden- und Deckeneffekten. Das R-Paket scan bietet zudem die Berechnung des PET (Percent exceeding the trend; Wilbert & Lüke, 2016) an. Er gibt an, wieviel Prozent der Datenpunkte der Interventionsphase über dem Trend aus der Baseline liegen. Zur Berechnung des PET wird der Trend der Baseline-Phase berechnet. Die resultierende Regressionsgerade wird bis in die Interventionsphase verlängert. Anschließend werden die Datenpunkte der Interventionsphase bestimmt, die über dem vorhergesagten Trend liegen. Der PET bezieht den Trend der Baseline-Phase mit ein, indem mit einem Binominaltest überprüft wird, ob die Anzahl der Datenpunkte, die sich über dem vorhergesagten Trend befinden, signifikant oberhalb des 95 %-Konfidenzintervalls des Erwartungswertes der Zufallsverteilung liegen. Schließlich berechneten wir den NAP (Nonoverlap of all pairs; Parker & Vannest, 2009), bei dem ein paarweiser Vergleich der Daten aus den beiden Phasen erfolgt. Der NAP gibt an, wie viel Prozent der Daten der einzelnen Messzeitpunkte in der B-Phase über den Daten der einzelnen Messzeitpunkte in der Baseline liegen (ebd.).

Ein positiver Trend in der Baseline-Phase kann auch darauf hindeuten, dass sich die Versuchsperson in jedem Fall verbessert hätte, also auch ohne Intervention. Daher haben wir zusätzlich auf den Index Tau-U zurückgegriffen (Parker, Vannest, Davis & Sauber, 2011), der eine Alternative zu einfachen Nonoverlap-Modellen darstellt. Parker et al. (2011) leiteten Tau-U aus dem U-Test nach Mann-Whitney und dem Kendall‘s Tau ab. Die Tau-U-Indizes beziehen sich, im Gegensatz zu den übrigen Überlappungsmaßen, sowohl auf den Nonoverlap zwischen Baseline-Phase und Interventionsphase als auch auf den Trend innerhalb der Interventionsphase. So kann ein unerwünschter Trend in der Baseline-Phase kontrolliert werden. Der Trend bezieht sich bei Tau-U jedoch nicht auf die Zeit; so können sich die Ergebnisse durch dessen Hinzunahme in der Interventionsphase auch verschlechtern, da mehr Varianz einbezogen wird, sodass es sich um ein konservativeres Vorgehen handelt (ebd.).

6 Ergebnisse

Im Zahlenstrahltest zeigte Amy bereits zu Messzeitpunkt drei keine Fehler, Jonas sogar ab dem ersten Messzeitpunkt, auch wenn die Lehrkrafteinschätzung schwächere Leistungen vermuten ließ. Aus diesem Grund gehen wir im Folgenden nur auf die Ergebnisse in den Zahlzerlegungstests ein.

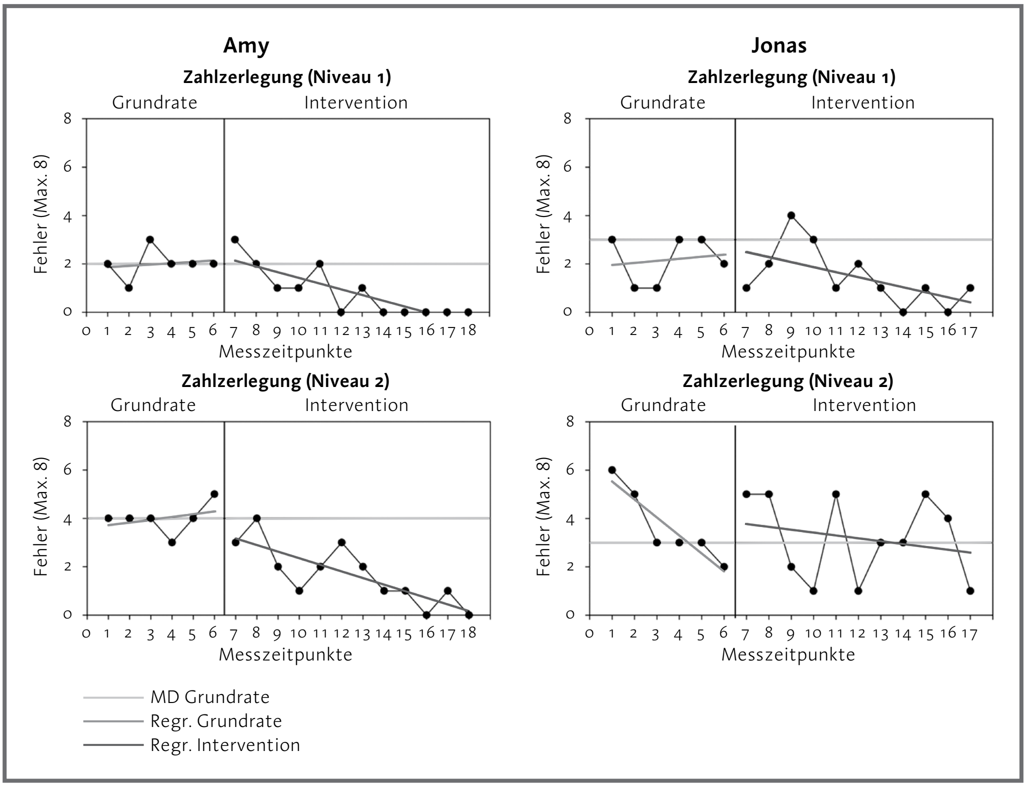

Abb. 2 Die Verläufe der aV-Fehler der beiden Kinder über beide Untersuchungsphasen einschließlich Median und Trend

6.1 Zahlzerlegung Niveaustufe 1

Die Leistungen beider Kinder im Hinblick auf ihre Ergebnisse im Test Zahlzerlegung sind in Abbildung 2 grafisch dargestellt. Die Analyse der deskriptiven Statistiken führte zu der Vermutung, dass die Förderung insbesondere einen Effekt auf die Zahlzerlegung nach sich gezogen hat. Auf der ersten Niveaustufe zeigt sich für die aV-Fehler, dass Amy in der Baseline-Phase einen Mittelwert von 2 erreicht, während sie in der Interventionsphase einen Mittelwert von 0.91 hat. Dieses Ergebnis deutet einen Fördereffekt an. Bei Jonas zeigt sich ein ähnliches, wenn auch weniger deutliches Ergebnis. Der Schüler erreicht in der Baseline-Phase einen Mittelwert von 2.20, der sich in der Interventionsphase auf 1.50 reduziert. In beiden Fällen zeigt sich in der Baseline-Phase ein minimal positiver Trend, wohingegen in der Interventionsphase ein negativer Trend vorherrscht. Die Fehlerzahl nimmt in der Interventionsphase tendenziell ab (Abb. 2; Tab. 1).

Auch die Nonoverlap-Indizes deuten auf die Effektivität der Förderung hin (Tab. 2). Der PAND nimmt bei Amy einen Wert von 88.9 und bei Jonas einen Wert von 76.5 an, was auf einen angemessenen Fördereffekt hinweist (Alresheed, Hott & Bano, 2013). Der PEM spricht für einen moderaten Effekt (Tab. 2). Zur Interpretation des PET liegen keine Konventionen vor, daher beziehen wir uns bei der Interpretation auf die Konventionen von vergleichbaren Nonoverlap-Indizes und deuten einen Wert von > .70 als moderaten Effekt und einen Wert von > .90 als guten Effekt. Für beide Fälle wurde ein PET von > .90 berechnet, was somit auf einen guten Interventionseffekt deutet. Der standardisierte NAP (0-100 %) indiziert bei beiden Kindern einen mittleren Effekt der Förderung (Amy: NAP (0 – 100%) = 63.88; Jonas: NAP (0 – 100%) = 35).

Die Berechnung der Tau-U-Indizes zeigt für Amys Daten eine Verbesserung von 58 %, wenn der Trend in der Baseline-Phase berücksichtigt wird (A vs. B + Trend_B – Trend_A; *Tau* = -.58, $p < .01$). Der Trend in der Baseline-Phase beträgt *Tau* = .07, während der Trend in der Interventionsphase *Tau* = -.62 beträgt. Da es sich um die Fehler handelt, deutet ein negativer Wert in der Interventionsphase den gewünschten Effekt an.

Bei Jonas zeigen 42 % der Daten in der Interventionsphase eine Verbesserung an (Trend_B: *Tau* = -.42). In der Baseline-Phase ergibt sich ein Tau von .20, womit auch im zweiten Fall ein entgegengesetzter Trend vorherrscht. Unter Berücksichtigung der Trends zeigen 38 % der Daten eine Verbesserung ($p < .05$).

Tab. 1 Deskriptive Statistiken *Zahlzerlegung* Niveaustufe 1; Fehler und Bearbeitungszeit

	N_A	N_B	M_A (SD)	M_B (SD)	Med_A	Med_B	$Trend_A$	$Trend_B$
Fehler								
Amy	6	12	2 (0.63)	0.91 (1.04)	2	1	0.06	-0.24
Jonas	5	12	2.20 (1.09)	1.50 (1.16)	3	1	0.2	-0.18
Bearbeitungszeit								
Amy	6	12	93.17 (45.08)	54.55 (28.27)	72	42	-20.49	2.46
Jonas	5	12	60.00 (19.89)	41.17 (19.09)	56	34	-7.3	-2.08

Anmerkungen: N_A = Anzahl der Messzeitpunkte in der Baselinephase; N_B = Anzahl der Messzeitpunkte in der Interventionsphase.

Tab. 2 Nonoverlap-Indizes *Zahlzerlegung* Niveaustufe 1; Fehler und Bearbeitungszeit

	PAND (%)	PEM (%)	PET (%)	*p* (PET binominal-95 % CI)	NAP (%)	$\text{NAP}_{0-100\,\%}$ (%)
Fehler						
Amy	88.9	75	91.67	< .00	81.94	63.88
Jonas	76.5	83.3	91.7	< .00	67.5	35
Bearbeitungszeit						
Amy	66.7	83.33	0	> .00	84.03	68.05
Jonas	76.5	83.33	0	> .00	80.83	61.67

Anmerkungen: PAND = percent of all nonoverlapping, PEM = percent of data points exceeding the median, PET = percent of data points exceeding the median trend, NAP = nonoverlap of all pairs, $\text{NAP}_{0-100\,\%}$ = nonoverlap of all pairs rescaled (Alresheed, Hott & Bano 2013; Parker, Vannest & Davis, 2011; Parker, Vannest, Davis & Sauber, 2011).

Die Bearbeitungszeit nimmt bei beiden Kindern in der B-Phase ab (Tab. 1). In Anbetracht der Trends ist das Ergebnismuster jedoch nicht einheitlich. Bei der Schülerin herrscht in der Baseline-Phase ein negativer Trend vor, während in der Interventionsphase ein leicht positiver Trend erkennbar ist. Bei Jonas zeigt sich sowohl in der A- als auch in der B-Phase ein negativer Trend, dieser ist in der Interventionsphase positiver (Tab. 1).

Die Nonoverlap-Indizes zeichnen auch hier ein fast einheitliches Bild. PAND, PEM und $NAP_{(0-100)}$ deuten auf einen mittleren Effekt hin, während der PET keinen Effekt anzeigt (Tab. 2).

Die Berechnung der Tau-U-Indizes zeigt, dass die Bearbeitungszeiten bei Amy in der Interventionsphase tendenziell länger werden, so zeigen 23 % der Daten in der Interventionsphase eine Zunahme der Verarbeitungszeit. In der Baseline-Phase nahmen die Bearbeitungszeiten hingegen tendenziell ab ($Tau = -.87$). Eine signifikante Reduktion der Bearbeitungszeit ergab sich nicht ($Tau = -.14$, $p > .05$). Anders verhält es sich im Fall von Jonas: hier weisen 37 % der Daten eine signifikante Verbesserung auf ($Tau = -.37$, $p < .05$).

6.2 Zahlzerlegung Niveaustufe 2

Die deskriptiven Statistiken zur Zahlzerlegung auf Niveaustufe 2 finden sich in Tabelle 3 und 4. In der Baseline-Phase haben beide Kinder einen Mittelwert von 4 Fehlern. In der Interventionsphase reduzieren sich beide Mittelwerte, wobei die Fehlerabnahme bei der Schülerin deutlicher ist ($M_B = 1.6$). Während der Median bei Amy von 4 in der Baseline auf 1.5 in der Interventionsphase sinkt, ist der Median bei Jonas konstant ($Med_A = 3$; $Med_B = 3$). Die Trends zeigen ein uneinheitliches Muster: In der Baseline-Phase ist bei Amy ein minimal positiver Trend erkennbar, während der Trend in der Interventionsphase negativ ist. Bei Jonas sind beide Trends leicht negativ (Abb. 2).

Auch die Nonoverlap-Indizes ergeben kein eindeutiges Bild hinsichtlich der Effektivität (Tab. 4). Der PAND deutet bei Amy einen angemessenen Effekt an, wohingegen der PAND bei Jonas nicht für einen Effekt spricht. Der PEM zeigt bei Amy einen starken Effekt an, bei Jonas wiederum keinen Effekt. Auch der PET weist dieses Ergebnismuster auf. Der $NAP_{(0-100)}$ deutet bei beiden Kindern auf einen mittleren Effekt hin, wenngleich sich die Kennwerte deutlich unterscheiden. Für Amys Daten berechnet sich ein $NAP_{(0-100)}$ von 88.89, bei Jonas ergibt sich ein Wert von 33.33.

Tab. 3 Deskriptive Statistiken *Zahlzerlegung* Niveaustufe 2; Fehler und Bearbeitungszeit

	N_A	N_B	M_A (SD)	M_B (SD)	Med_A	Med_B	$Trend_A$	$Trend_B$
Fehler								
Amy	6	12	4.0 (0.63)	1.6 (1.23)	4	1.5	0.11	-0.27
Jonas	5	12	4.0 (1.41)	3.08 (1.67)	3	3	-0.8	-0.05
Bearbeitungszeit								
Amy	6	12	138.20 (56.69)	87.66 (29.80)	152.5	79	-16.94	-0.46
Jonas	5	12	69.60 (14.45)	48.75 (17.98)	75	39	-7.6	-1.43

Anmerkungen: N_A = Anzahl der Messzeitpunkte in der Baselinephase; N_B = Anzahl der Messzeitpunkte in der Interventionsphase.

Tab. 4 Nonoverlap-Indizes *Zahlzerlegung* Niveaustufe 2; Fehler und Bearbeitungszeit

	PAND (%)	PEM (%)	PET (%)	*p* (PET binominal-95 % CI)	NAP (%)	$NAP_{0-100\%}$ (%)
Fehler						
Amy	88.9	91.67	100	< .00	94.44	88.89
Jonas	64.7	41.67	0	< .00	66.67	33.33
Amy	77.8	100	8.33	< .00	81.94	63.89
Jonas	76.5	83.33	0	> .00	76.67	53.33

Anmerkungen: PAND = percent of all nonoverlapping, PEM = percent of data points exceeding the median, PET = percent of data points exceeding the median trend, NAP = nonoverlap of all pairs, $NAP_{0-100\%}$ = nonoverlap of all pairs rescaled (Alresheed, Hott & Bano 2013; Parker, Vannest & Davis, 2011; Parker, Vannest, Davis & Sauber, 2011).

Die Ergebnisse der Tau-U-Analyse ähneln den Ergebnissen der ersten Niveaustufe. Im Fall von Amy weist die Baseline-Phase einen leicht positiven Trend auf (*Tau* = .20) während sich in der Interventionsphase ein negativer Trend zeigt (*Tau* = -.62). Gehen die Trends in die Berechnung ein, gibt es eine Gesamtverbesserung von 71 % der Daten ($p < .01$). Bei Jonas ergeben die Daten ein anderes Muster: In der Baseline-Phase herrscht bereits ein starker negativer Trend vor (*Tau* = -.70), dieser ist in der Interventionsphase weniger stark ausgeprägt (*Tau* = -.08). Eine signifikante Verbesserung der aV-*Fehler* zeigt sich unter diesem Gesichtspunkt bei Jonas insgesamt nicht.

Die Mittelwerte der Bearbeitungszeiten reduzieren sich bei beiden Kindern in der Interventionsphase (Tab. 3). Allerdings herrscht in beiden Fällen bereits in der Baseline-Phase ein negativer Trend vor. In der Interventionsphase ist der Trend weiterhin negativ. Mit Ausnahme des PET zeigen die Überlappungsindizes einen moderaten Effekt an (Tab. 4).

Die Tau-U-Indizes spiegeln in Amys Daten den negativen Trend in der A-Phase wider (*Tau* = .20). Die Interventionsphase ist nahezu trendfrei (*Tau* = -.02). Fließen beide Trends in die Berechnung ein, ist die Veränderung nicht signifikant. Für Jonas' Daten wurde eine derartige signifikante Veränderung auch unter Berücksichtigung der Trends nachgewiesen (*Tau* = -.39, $p < .05$).

6.3 MBK

Bei der zweiten Testung der mathematischen Basiskompetenzen erreichte Amy einen Rohwert von 40.5 Punkten, was einer Verbesserung von 19 Rohpunkten zur Statusdiagnostik entspricht. Da sich das Mädchen in dem Zeitraum der Studie möglicherweise entwicklungsbedingt verbessert hat, wurden zusätzlich die taggenauen t-Werte berechnet. Im Prätest entspricht der Rohwert einem t-Wert von 31, im Posttest liegt der t-Wert bei 51.

Jonas hat im MBK-Nachtest 43.5 Rohpunkte erreicht und sich somit um 19.5 Punkte verbessert. Die taggenauen t-Werte zeigen eine Verbesserung von 34 im Vortest zu 55 im Nachtest.

7 Diskussion

Im Rahmen unserer Arbeit entwickelten wir eine Intervention, bei der das Arbeitsgedächtnis beim Aufbau mathematischer Basiskompetenzen berücksichtigt sowie einbezogen werden soll. Anschließend, und hierauf liegt der Fokus des vorliegenden Beitrags, ging es um die erstmalige Prüfung der generellen Wirksamkeit.

Hierbei bildet unsere pilotierende Einzelfallstudie moderate Effekte ab, allerdings nur in den Variablen zur Zahlzerlegung. Die marginalen Effekte im Zahlenstrahltest führen wir darauf zurück, dass beide Kinder bereits relativ gut in die Studie starteten. Hier hätte sich eine Verbesserung nur über die schnellere Bearbeitung abbilden können, die eine zunehmende Automatisierung widergespiegelt hätte. Möglicherweise reichten die Intensität der Intervention und der kurze Interventionszeitraum hierzu nicht aus.

Bei der Zahlzerlegung legen die Überlappungsmaße auf beiden Niveaustufen die generelle Wirksamkeit nahe. Im Hinblick auf die Power ergaben sich auf der ersten Niveaustufe des Tests angemessene bis gute Effekte. Für die Bearbeitungszeit ergibt sich hier ein uneinheitliches Ergebnismuster. Trotzdem stellt das unserer Ansicht nach die Effekte der Förderung nicht infrage. Bei Amy liegt in der Baseline-Phase ein negativer Trend vor, während der Trend in der Interventionsphase positiv ist. Bearbeitungszeiten können sich in der Interventionsphase durchaus verlängern, wenn die Kinder auf ihr Wissen zurückgreifen und die Aufgaben nicht mehr nach dem Zufallsprinzip lösen oder die Ergebnisse raten. In diesem Fall verringern sich die Bearbeitungszeiten erst wieder, wenn die Zerlegungen automatisiert sind. Auch bei Jonas könnte die Interventionszeit hierzu nicht ausgereicht haben.

Auf der zweiten Niveaustufe des Tests sind die Ergebnisse weniger konsistent. Hier scheint Amy deutlicher von der Förderung profitiert zu haben. Auch bei Jonas reduzieren sich die Fehler in der Interventionsphase, allerdings zeigen seine Ergebnisse eine größere Variabilität (Abb. 2). Im Mittel reduziert sich die Bearbeitungszeit bei beiden Kindern. Allerdings liegt hier bereits in der Baseline-Phase ein negativer Trend vor. Aus den genannten Gründen halten wir die Bearbeitungszeit in dieser Form für weniger aussagekräftig, auch wenn wir sie als klassisches Maß standardmäßig erhoben haben. Bei einer umfassenden Evaluation sollte die Schnelligkeit bei der Bearbeitung durch einen klassischen Speedtest erfasst werden.

Vor dem Hintergrund der relativ kurzen Interventionsphase sind die Ergebnisse ermutigend. Die Verbesserung des Verständnisses für Anzahlrelationen werten wir als besonders positiv, da hier für Kinder mit Rechenschwierigkeiten eine große Barriere besteht. Auch die deutliche Verbesserung der mathematischen Basiskompetenzen, gemessen mit dem MBK 1+, spiegelt diese positive Entwicklung wider. Die Prä-Post-Testmessung erlaubt im Einzelfall typischerweise nur eine deskriptive Beurteilung. Für den MBK 1+ sind allerdings taggenaue t-Werte verfügbar, sodass die Ergebnisse trotzdem für eine tatsächliche Verbesserung sprechen, die von einer entwicklungsbedingten Veränderung zu unterscheiden ist. Im Vergleich zur Normstichprobe liegen die Werte der Kinder nun deutlich oberhalb des 25 %-Perzentils, das von einigen Autorinnen und Autoren zur Prüfung von Nonresponsense herangezogen wird (z. B. Torgesen, 2000). Die beiden Kinder profitierten im erwarteten Umfang von der Intervention und waren in diesem Sinne *responsiv*. Die Wirksamkeit der Intervention wurde im Einzelfall nachgewiesen, die praktische Relevanz basiert demzufolge in erster Linie auf der positiven Veränderung der Zielvariablen bei den geförderten Kindern. Allerdings umfasst die praktische

Bedeutung darüber hinaus die Langfristigkeit der Verbesserungen (Prentice & Miller, 1992). Bei der erstmaligen Wirksamkeitsprüfung stand die Stabilität von Effekten nicht im Fokus, und wir können zu diesem Zeitpunkt keine Aussage darüber treffen, ob die beiden Kinder langfristig außerhalb der Risikogruppe bleiben.

Die Limitationen der Arbeit eröffnen den Ausblick auf zukünftige Untersuchungen. **(1)** Unsere Befunde erlauben weder eine Generalisierung auf die Gesamtpopulation von Kindern mit Rechenschwierigkeiten noch auf die der Nonresponder. Um die externe Validität zu sichern, müssen weitere kontrollierte Einzelfallstudien erfolgen, die etwa in systematischen Reviews oder Metaanalysen integriert werden. Erst wenn die Wirksamkeit wiederholt durch Beobachtung und/oder Experiment belegt wurde, kann von empirischer Evidenz gesprochen werden (Wember, 2015).

(2) Bei Einzelfallstudien sollen laut Kazdin (2011) zwei oder mehr Studien vorliegen, in denen sich Effekte zeigen. In den Richtlinien des What Works Clearinghouse (WWC; U. S. Department of Education, 2017) ist festgehalten, dass eine Einzelfallstudie mindestens drei Fälle einschließen sollte, um von einem Effekt der Intervention auszugehen. Dieses Kriterium erfüllen wir in der vorliegenden Arbeit nicht. Die Studie ist der erste Schritt, der die notwendige Voraussetzung für weitere evaluierende Schritte darstellt. Laut Euker, Kuhl und Probst (2012) bewegt sich Evidenzbasierung auf verschiedenen Niveaus. Die niedrigste Stufe ist mit der theoretischen Fundierung erfüllt. Hierzu muss „[d]as Material […] aus einem gesicherten Entwicklungsmodell abgeleitet [sein] und […] Methoden [verwenden], deren Wirksamkeit grundsätzlich belegt ist“ (ebd., S. 140). Die entwickelte Intervention erfüllt diese Stufe. Die Erprobung an Einzelfällen gehört zum nächsthöheren Niveau. Es sollten positive Berichte über die Wirksamkeit vorliegen, wobei es sich um qualitative Berichte über den Lernfortschritt einzelner Kinder handeln kann. Materialien bzw. Interventionen, die an einer größeren Stichprobe unter standardisierten Bedingungen geprüft wurden (Kontrollgruppen-Design oder Prä-Post-Follow-up-Design), erfüllen die höchste Stufe der Evidenzbasierung. Auf dieser Stufe verorten Kuhl und Euker (2016) auch eine größere Anzahl von kontrollierten Einzelfallstudien. Der dritten Stufe entsprechend sollte auch die Stabilität von Effekten künftig erforscht werden (Follow-up). Ähnliche Evaluationshierarchien finden sich auch bei Wember (2015) oder Hillenbrand (2015).

(3) Eine weitere Limitation ergibt sich aus den eingesetzten Testinstrumenten. Da zum Zeitpunkt der Erhebungen keine validen Instrumente zur Erfassung des Lernverlaufs in den interessierenden Variablen vorlagen, mussten wir diese selbst entwickeln. Zur Güte der Instrumente lagen zu diesem Zeitpunkt nur erste Ergebnisse vor, die jedoch darauf hindeuten, dass die Items innerhalb einer Niveaustufe gleich schwer sind.

(4) Ob die theoretisch forcierte arbeitsgedächtnissensible Gestaltung zu einer Erhöhung der lernbezogenen Aktivität führen kann, muss noch untersucht werden. Der Interventionseffekt könnte schlicht auf einer intensivierten und kleinschrittigen mathematischen Förderung beruhen. Das schränkt die Relevanz dennoch nicht ein, denn bislang existieren kaum evidenzbasierte Förderprogramme, weder für die sekundäre noch für die tertiäre Prävention. Trotzdem sollte die experimentelle Unterrichtsforschung nicht nur die globale Wirksamkeit einer Maßnahme, sondern auch die zugrunde liegenden Wirkmechanismen klären (Klauer, 1997). Auf der Ebene der „construct validity“ (Kazdin, 2011, S. 36) können wir aktuell keine Aussagen treffen. Um die Wirkung von isolierten Faktoren zu prüfen, ist eine Serie hochkontrollierter Versuche notwendig (Klauer, 1997).

(5) Eine weitere Einschränkung, die sich nicht nur auf unsere Studie, sondern generell auf die Beurteilung von Effekten bezieht, ist das grundsätzliche Problem von Fehlentscheidungen. Alpha- und Beta-Fehler sollen möglichst vermieden werden, sowohl bei der statistischen Auswertung als auch bei der visuellen Inspektion. Mit steigender Anzahl an Variablen steigt auch die Wahrscheinlichkeit, mindestens einmal zu Unrecht die Nullhypothese abzulehnen. Bei der visuellen Inspektion ist die Wahrscheinlichkeit für einen Alpha-Fehler nicht bekannt. Um Zufallseffekte zu vermeiden, empfiehlt Kazdin (2011), nach konsistenten Effekten zu suchen, die leicht zu erkennen sind. Allerdings werden bei der visuellen Inspektion häufiger tatsächliche Effekte unterschätzt, weil sie sich nicht deutlich genug abzeichnen (Beta-Fehler) (ebd.). Eine Auflösung dieses Problems haben wir nur in der Kombination mehrerer Analysemethoden gesehen.

Wir halten fest, dass unsere Befunde darauf hindeuten, dass die entwickelte Maßnahme die mathematischen Basiskompetenzen bei schwachen Rechnerinnen und Rechnern verbessern kann. Wember (2015) beschreibt *empirische Evidenz* als das graduelle Ergebnis eines kumulativen Evaluationsprozesses. In diesem Prozess befinden wir uns mit der vorliegenden Arbeit noch am Anfang. Durch umfassendere Untersuchungen und durch die Replikation unserer Befunde ist ihre Gültigkeit weiterhin zu prüfen (Kazdin, 2011). Im Anschluss an weitere Evaluationsstudien könnte das entwickelte Förderkonzept neue Möglichkeiten für die mathematische Lernförderung bieten.

Literatur

Alresheed, F., Hott, B. L. & Bano, C. (2013). Single subject research: a synthesis of analytic methods. *The Journal of Special Education Apprenticeship, 2*(1).

Baddeley, A. D. (1986). *Working Memory.* Oxford: University Press.

Baddeley, A. D. (1996). Exploring the central executive. *Quarterly Journal of Experimental Psychology, 49*(1), 5–28. https://doi.org/10.1080/713755608

Buffum, A. G., Mattos, M. & Weber, C. (2009). *Pyramid Response to Intervention: RTI, Professional Learning Communities, and How to Respond when Kids Don't Learn.* Bloomington, Ind.: Solution Tree.

Dowker, A. (2007). What can intervention tell us about arithmetical difficulties? *Educational and Child Psychology, 24*(2), 64–82.

Ehlert, A. & Fritz, A. (2013). Evaluation of maths training programme for children with learning difficulties. *South African Journal of Childhood Education, 3*(1), 117–141.

Ennemoser, M., Sinner, D. & Krajewski, K. (2015). Kurz- und langfristige Effekte einer entwicklungsorientierten Mathematikförderung bei Erstklässlern mit drohender Rechenschwäche. *Lernen und Lernstörungen, 4*(1), 43–59. https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000091

Ennemoser, M., Krajewski, K. & Sinner, D. (2017). *MBK 1+. Test mathematischer Basiskompetenzen ab Schuleintritt.* Göttingen: Hogrefe.

Euker, N., Kuhl, J. & Probst, H. (2012). Individuelle Förderung des Leseerwerbs im Rahmen inklusiven Unterrichts. *Gemeinsam leben, 20*(3), 139–150.

Fischer, B., Köngeter, A. & Hartnegg, K. (2008). Effects of daily practice on subitizing, visual counting, and basic arithmetic skills. *Optometry & Vision Development, 39*(1), 30–34.

Friso-van den Bos, I., van der Ven, S. H., Kroesbergen, E. H. & van Luit, J. E. (2013). Working memory and mathematics in primary school children: A meta-analysis. *Educational Research Review, 10*(1), 29–44.

Fritz, A., Ehlert, A. & Balzer, L. (2013). Development of mathematical concepts as basis for an elaborated mathematical understanding. *South African Journal of Childhood Education, 3*(1), 38–67.

Fuchs, L. S., Compton, D. L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J. D. & Hamlett, C. L. (2005). The prevention, identification, and cognitive determinants of math difficulty. *Journal of Educational Psychology, 97*(3), 493–513. https://doi.org/10.1037/0022-0663.97.3.493

Fuchs, D. & Deshler, D. D. (2007). What we need to know about responsiveness to intervention (and shouldn't be afraid to ask). *Learning Dis-*

abilities Research & Practice, 22(2), 129–136. https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2007.00237.x

Gaidoschik, M. (2016). *Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern: Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis.* 9. Auflage. Hamburg: Persen.

Gathercole, S. E. & Alloway, T. P. (2008). *Working Memory and Learning: A Practical Guide for Teachers.* Los Angeles, London, New Delhi: SAGE.

Geary, D. C. & Hoard, M. K. (2001). Numerical and arithmetical deficits in learning-disabled children: Relation to dyscalculia and dyslexia. *Aphasiology, 15*(7), 635–647.

Grube, D. & Seitz-Stein, K. (2012). Arbeitsgedächtnis und Rechnen. In M. Hasselhorn & C. Zoelch (Hrsg.), *Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses,* 145–157. Göttingen: Hogrefe.

Grube, D., Busch, J. & Schmidt, C. (2017). Kognitive Bedingungen der Rechenschwäche. In A. Fritz, S. Schmidt & G. Ricken (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche: Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie,* 126–140. Weinheim: Beltz.

Häsel-Weide, U., Nührenbörger, M., Moser Opitz, E. & Wittich, C. (2017). *Ablösung vom zählenden Rechnen: Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen.* 4. Auflage. Seelze: Klett Kallmeyer.

Hasselhorn, M. & Schumann-Hengsteler, R. (2001). Arbeitsgedächtnis. In D. H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie,* 2. Aufl., 17–22. Weinheim: Beltz.

Hasselhorn, M., Schumann-Hengsteler, R., Gronauer, J., Grube, D., Mähler, C., Schmid, I., Seitz-Stein, K. & Zoelch, C. (2012). *AGTB 5–12. Arbeitsgedächtnistestbatterie für Kinder von 5 bis 12 Jahren.* Göttingen: Hogrefe.

Hasselhorn, M. & Gold, A. (2013). *Pädagogische Psychologie. Erfolgreiches Lernen und Lehren.* 3. vollständig überarbeitete und erweiterte Aufl. Stuttgart: Kohlhammer.

Hecht, T. (2014). *Ressourcenorientierte Lernförderung in der Grundschule: der Einfluss des Aufgabendesigns auf die Übungsleistungen von Zweitklässlern in Rechtschreiben und Mathematik.* Justus-Liebig-Universität Gießen: Dissertation.

Hillenbrand, C. (2015). Evidenzbasierung sonderpädagogischer Praxis: Widerspruch oder Gelingensbedingung? *Zeitschrift für Heilpädagogik, 66*(7), 312–324.

Horner, R. H., Carr, E. G., Halle, J., McGee, G., Odom, S., & Wolery, M. (2005). The use of single-subject research to identify evidence-based practice in special education. *Exceptional Children, 71*(2), 165–179. https://doi.org/10.1177/001440290507100203

Huber, C. & Grosche, M. (2012). Das response-to-intervention-Modell als Grundlage für einen inklusiven Paradigmenwechsel in der Sonderpädagogik. *Zeitschrift für Heilpädagogik, 63*(8), 312–322.

Ise, E., Dolle, K., Pixner, S. & Schulte-Körne, G. (2012). Effektive Förderung rechenschwacher Kinder. Eine Metaanalyse. *Kindheit und Entwicklung, 21*(3), 181–192. https://doi.org/10.1026/0942-5403/a000008

Jacobs, C. & Petermann, F. (2007). *Rechenstörungen.* Göttingen: Hogrefe.

Jansen, H., Mannhaupt, G., Marx, H. & Skowronek, H. (2002). *BISC. Bielefelder Screening zur Früherkennung von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten.* 2. überarbeitete Auflage. Göttingen: Hogrefe.

Kaufmann, L., Handl, P. & Thöny, B. (2003). Evaluation of a numeracy intervention program focusing on basic numerical knowledge and conceptual knowledge: a pilot study. *Journal of Learning Disabilities, 36*(6), 564–573.

Kazdin, A. E. (2011). *Single-Case Research Designs: Methods for Clinical and Applied Settings.* 2nd ed. New York: Oxford University Press.

Kern, H. J. (1997). Einzelfall-Versuchspläne: Veränderungs-Kriterium-Versuchsplan und Alternierender Versuchsplan. *Verhaltenstherapie, 7*(1), 14–19. https://doi.org/10.1159/000259004

Klauer, K. J. (1997). Experimentelle Unterrichtsforschung. In F. Masendorf (Hrsg.), *Experimentelle Sonderpädagogik: Ein Lehrbuch zur angewandten Forschung,* 77–93. Weinheim: Beltz.

Klesczewski, J., Brandenburg, J., Fischbach, F., Grube, D., Hasselhorn, M. & Büttner, G. (2015). Working memory functioning in children with poor mathematical skills. Relationships to IQ-achievement discrepancy and additional reading and spelling difficulties. *Zeitschrift für Psychologie, 223*(2), 83–92. https://doi.org/10.1027/2151-2604/a000206

Klesczewski, J., Brandenburg, J., Fischbach, A., Schuchardt, K., Grube, D., Hasselhorn, M. & Büttner, G. (2018). Development of working memory from grade 3 to 5: differences between children with and without mathematical learning difficulties. *International Journal of Disability, Development and Education, 65*(5), 509–525. https://doi.org/10.1080/1034912X.2017.1419555

Krajewski, K. (2003). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule.* Hamburg: Verlag Dr. Kovač.

Krajewski, K. (2005). Vorschulische Mengenbewusstheit von Zahlen und ihre Bedeutung für die Früherkennung von Rechenschwäche. In M. Hasselhorn, H. Marx & W. Schneider (Hrsg.), *Diagnostik von Mathematikleistungen,* 49 – 70. Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. (2007). Entwicklung und Förderung der vorschulischen Mengen-Zahlen-Kompetenz und ihre Bedeutung für die mathematischen Schulleistungen. In G. Schulte-Körne (Hrsg.), *Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft,* 325 – 332. Bochum: Winkler.

Krajewski, K. (2013). Wie bekommen Zahlen einen Sinn: ein entwicklungspsychologisches Modell der zunehmenden Verknüpfung von Zahlen und Größen. In M. von Aster & J.H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik,* 155 – 179. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2010). Die Berücksichtigung begrenzter Arbeitsgedächtnisressourcen in Unterricht und Lernförderung. In H.-P. Trolldenier, W. Lenhard & P. Marx (Hrsg.), *Brennpunkte der Gedächtnisforschung,* 337 – 365. Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2013). Entwicklung und Diagnostik der Zahl-Größen-Verknüpfung zwischen 3 und 8 Jahren. In M. Hasselhorn (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen,* 41 – 65. Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K., Nieding, G. & Schneider, W. (2008). Kurz- und langfristige Effekte mathematischer Frühförderung im Kindergarten durch das Programm „Mengen, zählen, Zahlen". *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 40*(3), 135 – 146. https://doi.org/10.1026/0049-8637.40.3.135

Kroesbergen, E.H. & van Luit, J.E.H. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs. *Remedial and Special Education, 24*(2), 97 – 114. https://doi.org/10.1177/07419325030240020501

Kuhl, J., Krizan, A., Sinner, D., Probst, H., Hofmann, C. & Ennemoser, M. (2012). Von der sonderpädagogischen Diagnostik zur pädagogisch-psychologischen Diagnostik im Dienst schulischer Prävention. In V. Moser (Hrsg.), *Enzyklopädie Erziehungswissenschaft Online. Behinderten- und Integrationspädagogik: Institutionelle Felder.* Weinheim: Beltz Juventa. http://www.erzwissonline.de

Kuhl, J. & Euker, N. (2016). Evidenzbasierte Förderung von Kindern und Jugendlichen mit intellektueller Beeinträchtigung – Chancen und Grenzen des Konzepts. In J. Kuhl & N. Euker (Hrsg.), *Evidenzbasierte Diagnostik und Förderung von Kindern und Jugendlichen mit intellektueller Beeinträchtigung,* 19 – 37. Bern: Hogrefe.

Kuhl, J., Hecht, T., Sinner, D. & Euker, N. (in Vorbereitung). *Prävention im Fach Mathematik durch Implementierung von Diagnostik und Förderung in der ersten Klasse.*

Ma, H.-H. (2006). An alternative method for quantitative synthesis of single-subject researches: Percentage of data points exceeding the median. *Behavior Modification, 30*(5), 598 – 617. https://doi.org/10.1177/0145445504272974

Maggin, D.M., Briesch, A.M. & Chafouleas, S.M. (2013). An application of the what works clearinghouse standards for evaluating single-subject research. *Remedial and Special Education, 34*(1), 44 – 58. https://doi.org/10.1177/0741932511435176

Melby-Lervåg, M. & Hulme, C. (2013). Is working memory training effective? A meta-analytic review. *Developmental Psychology, 49*(2), 270 – 291. https://doi.org/10.1037/a0028228

Miyake, A., Friedman, N.P., Emerson, M.J., Witzki, A.H., Howerter, A. & Wager, T.D. (2000). The unity and diversity of executive functions and their contributions to complex "frontal lobe" tasks: A latent variable analysis. *Cognitive Psychology, 41*(1), 49 – 100. https://doi.org/10.1006/cogp.1999.0734

Paas, F. & van Gog, T. (2006). Optimising worked example instruction: Different ways to increase germane cognitive load. *Learning and Instruction, 16*(2), 87 – 91. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.02.004

Paas, F. & Sweller, J. (2014). Implications of cognitive load theory for multimedia learning. In R.E. Mayer (ed.), *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning,* Second Edition, 27 – 42. New York: Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9781139547369.004

Parker, R.I., Hagan-Burke, S. & Vannest, K. (2007). Percentage of all non-overlapping data (PAND): An alternative to PND. *Journal of Special Edu-*

cation, 40(4), 194–204. https://doi.org/10.1177/00224669070400040101

Parker, R.I. & Vannest, K. (2009). An improved effect size for single-case research: nonoverlap of all pairs. *Behavior Therapy, 40*(4), 357–367. https://doi.org/10.1016/j.beth.2008.10.006

Parker, R.I., Vannest, K.J., Davis, J.L. & Sauber, S.B. (2011). Combining nonoverlap and trend for single-case research: Tau-U. *Behavior Therapy, 42*(2), 284–299. https://doi.org/10.1016/j.beth.2010.08.006

Petermann, F. (2017). *WISC-V. Wechsler Intelligence Scale for Children – Fifth Edition.* Frankfurt am Main: Pearson.

Prentice, D.A. & Miller, D.T. (1992). When small effects are impressive. *Psychological Bulletin, 112*(1), 160–164. https://doi.org/10.1037/0033-2909.112.1.160

R Core Team (2017). *R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing.* Vienna, Austria. URL https://www.R-project.org/

Ricken, G., Fritz, A. & Balzer, L. (2011). Mathematik und Rechnen – Test zur Erfassung von Konzepten im Vorschulalter (MARKO-D). Ein Beispiel für einen niveauorientierten Ansatz. *Empirische Sonderpädagogik, 3*(3), 256–271.

RStudio Team (2016). *RStudio: Integrated Development for R.* Boston: RStudio, Inc. URL http://www.rstudio.com/

Sala, G., & Gobet, F. (2017). Working memory training in typically developing children: A meta-analysis of the available evidence. *Developmental Psychology, 53*(4), 671–685. https://doi.org/10.1037/dev0000265

Schneider, W., Küspert, P. & Krajewski, K. (2016). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen.* Paderborn: Ferdinand Schöningh.

Schuchardt, K., Mähler, C. & Hasselhorn, M. (2008). Working memory deficits in children with specific learning disorders. *Journal of Learning Disabilities, 41*(6), 514–523.

Schuchardt, K. & Mähler, C. (2016). Exekutive Funktionen bei Kindern mit Lernstörungen. *Praxis Kinderpsychologie und Kinderpsychiatrie, 65*(6), 389–405.

Schulze, S. & Kuhl, J. (2019). Integration von Arbeitsgedächtnistrainings in die mathematische Lernförderung. *Lernen und Lernstörungen, 8*(1), 47–59. https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000229

Shipstead, Z., Redick, T.S. & Engle, R.W. (2012). Is working memory training effective? *Psychological Bulletin, 138*(4), 628–654.

Simanowski, S. & Krajewski, K. (2017). Specific preschool executive functions predict unique aspects of mathematics development: A 3-year longitudinal study. *Child Development, 90*(2). 544–561. https://doi.org/10.1111/cdev.12909

Sinner, D. (2011). *Prävention von Rechenschwäche durch ein Training mathematischer Basiskompetenzen in der ersten Klasse.* Justus-Liebig-Universität Gießen: Dissertation.

Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science, 12*(2), 257–285. https://doi.org/10.1207/s15516709cog1202_4

Sweller, J. (1989). Cognitive technology: Some procedures for facilitating learning and problem solving in mathematics and science. *Journal of Educational Psychology, 81*(4), 457–466. https://doi.org/10.1037/0022-0663.81.4.457

Sweller, J. (2010). Element interactivity and intrinsic, extraneous, and germane cognitive load. *Educational Psychology Review, 22*(2), 123–138. https://doi.org/10.1007/s10648-010-9128-5

Sweller, J. & Chandler, P. (1991). Evidence for cognitive load theory. *Cognition and Instruction, 8*(4), 351–362. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0804_5

Torgesen, J.K. (2000). Individual differences in response to early interventions in reading: The lingering problem of treatment resisters. *Learning Disabilities Research and Practice, 15*(1), 55–64.

U.S. Department of Education: Institute of Education Sciences: What Works Clearinghouse (2018). *Key Criteria Used in WWC Reviews of Single-Case Design Research.* Abgerufen am 11.2.2019 von https://ies.ed.gov/ncee/wwc/Docs/ReferenceResources/wwc_scd_key_criteria_011017.pdf

Vaughn, S. & Roberts, G. (2007). Secondary interventions in reading providing additional instruction for students at risk. *Teaching Exceptional Children, 39*(5), 40–46.

Wember, F.B. (2012). Direkter Unterricht. In U. Heimlich & F.B. Wember (Hrsg.), *Heil- und Sonderpädagogik. Didaktik des Unterrichts im Förderschwerpunkt Lernen: Ein Handbuch für Studium und Praxis,* 163–175. Stuttgart: Kohlhammer.

Wember, F.B. (2015). Unterricht professionell. Orientierungspunkte für einen inklusiven Unterricht mit heterogenen Lerngruppen. *Zeitschrift für Heilpädagogik, 66* (10), 456–473.

Wendt, H., Bos, W., Selter, C., Köller, O., Schwippert, K. & Kasper, D. (2016). *TIMSS 2015: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich.* Münster, New York: Waxmann.

Wilbert, J. & Lüke, T. (2016). *Single-Case Data Analyses for Single and Multiple AB Designs (scan)* (Version 0.20) [R].

Wiley, J., Sanchez, C. A. & Jaeger, A. L. (2014). The individual differences in working memory capacity principle in multimedia learning. In R. E. Mayer (ed.), *Cambridge Handbooks in Psychology. The Cambridge Handbook of Multimedia Learning,* 598–619. New York: Cambridge University Press.

Wolf, F. M. & Risley, T. R. (1971). Reinforcement: Applied research. In R. Glaser (ed.), *The Nature of Reinforcement,* 310–325. New York: Academic Press.

Anschrift der Autorin und der Autoren

Sarah Schulze
Prof. Dr. Jan Kuhl
Dr. Thomas Breuker
Technische Universität Dortmund
Fakultät Rehabilitationswissenschaften
Otto-Hahn-Straße 6
D-44227 Dortmund
E-Mail: sarah.schulze@tu-dortmund.de